

Mathematik

- Beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite
- Herleitungen und Begründungen ausführlich und klar dokumentieren
- Die Darstellung ist Teil der Bewertung
- Resultate: Wahrscheinlichkeiten: Prozentwerte, gerundet auf 2 Dezimalen
 Winkel: Gradwerte, gerundet auf 2 Dezimalen
 Restliche Resultate: Falls keine Angabe, exakt
- Hilfsmittel: Formeln und Tafeln DMK/DPK
 Taschenrechner TI 89

1. Aufgabe

Die Firma ivotec produziert Discman. Aufgrund der Produktionsmengen der letzten vier Jahre lässt sich die Stückzahl p der pro Monat produzierten Discman näherungsweise durch die Funktion

$$p(t) = \frac{1}{160}t^4 - \frac{1}{3}t^3 - \frac{55}{4}t^2 + 750t + 30000$$

beschreiben.

(Einheiten: t : Monate ($t=1$: Januar 2000, $t=2$: Februar 2000, ...))

p : Anzahl der im betreffenden Monat produzierten Stück)

- a) Diskutieren Sie die Funktion p .
 (Übliche Elemente, Graph für $-10 \leq t \leq 60$ mit sinnvoller Wahl der Einheiten, Rundung: t -Werte auf 1 Dezimale, p -Werte auf Ganze)

- b) Berechnen Sie den Integralwert $\frac{1}{48} \cdot \int_0^{48} p(t) dt$.

Erklären Sie in einem kurzen Satz die Bedeutung dieses Wertes für die Produktionsmenge?

- c) Beschreiben Sie in einem kurzen Satz die Produktionsaussichten für das Jahr 2004.
 d) Für $t = 30$ erhält man $p(30) \approx 36188$, $p'(30) = -300$ und $p''(30) = -20$
 $p(30) \approx 36188$ bedeutet, dass die Produktionsmenge im Juni 2002 etwa 36188 Stück betragen hat. Erklären Sie in einem kurzen Satz die Bedeutung von $p'(30) = -300$ und von $p''(30) = -20$ für die Entwicklung der Produktionsmenge.

2. Aufgabe

Am Tag der offenen Tür der Firma smiletec gibt es einen Stand, an dem jeder sein Glück versuchen kann. In einer Urne A befinden sich x weisse, 480 gelbe und 720 schwarze Kugeln, in einer Urne B sind es 1290 weisse, $2x$ gelbe und $3x$ schwarze. Man zieht aus jeder Urne eine Kugel. Zieht man eine gelbe und eine schwarze Kugel (die Farben im Logo der Firma smiletec), gewinnt man.

- a) Bestimmen Sie x , wenn die Wahrscheinlichkeit, eine gelbe und eine schwarze Kugel zu ziehen, $\frac{2}{41}$ beträgt.
 b) Sie dürfen x wählen. Welchen Wert müssen Sie für x wählen, damit die Wahrscheinlichkeit, eine gelbe und eine schwarze Kugel zu ziehen, maximal wird?
 Geben Sie auch diese maximale Wahrscheinlichkeit an.



3. Aufgabe

- a) An der Geschäftsleitungssitzung der Firma VIM wird Tee serviert.

Der Tee kühlt sich nach der Gleichung

$T(t) = a + b \cdot e^{-k \cdot t}$ ab, wobei T die Temperatur in $^{\circ}\text{C}$, t die Zeit in Minuten und a , b und k Parameter sind.

- a1) Man misst $T(0.5) = 86$, $T(4) = 68.5$ und $T(7.5) = 55.5$.

Berechnen Sie die Parameter a , b und k (auf 4 wesentliche Ziffern).

- a2) Bestimmen Sie $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t)$.

Erklären Sie in einem kurzen Satz die Bedeutung der Parameter a , b und k .

- b) Finanzchef Gfeller hat für ihre Firma Alpe-Groove $4\frac{1}{4}\%$ -Obligationen der Schweizerischen Eidgenossenschaft gekauft:

Kaufdatum: 6. April 2004

Kurs: 111.40

Verfalldatum: 6. Januar 2014

Berechnen Sie die Rendite dieser Obligation für das Kaufdatum 6. 4. 04 (in Prozenten auf 2 Dezimalen).



4. Aufgabe

CEO Lörtscher der Firma smiletec befindet sich an Bord des Flugzeugs F1, CEO Rothfuchs der Firma Alpe-Groove im Flugzeug F2. Aufgrund der Radarverfolgung und den damit verbundenen laufenden Messungen kann für die Bewegung der beiden Flugzeuge F1 und F2 eine lineare Bewegungsgleichung $\vec{r} = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{v}$ angenommen werden.

$$\text{F1: } \vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 300 \\ 300 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \text{F2: } \vec{r} = \begin{pmatrix} -10 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 360 \\ 120 \\ 20 \end{pmatrix}$$

(Einheiten: Position in km, Zeit in h, Geschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$)

- Berechnen Sie die Geschwindigkeit der beiden Flugzeuge in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.
- Berechnen Sie den Abstand der beiden Flugzeuge voneinander, sowohl zu Beginn der Radarmessungen ($t=0$) als auch 6 Minuten später (auf m genau).
- Die Flugbahnen von F1 und F2 schneiden sich nicht. Führt die Flugbahn von F2 über oder unter der Flugbahn von F1 durch?
- Berechnen Sie den kürzesten Abstand der beiden Flugbahnen (auf m genau).
- Berechnen Sie den minimalen Abstand der beiden Flugzeuge (auf m genau).

5. Aufgabe

Jeder Discman, den die Firma ivotec herstellt, ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% fehlerhaft.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind von 100 Discman genau 10 fehlerhaft?
- b) Ein Techniker testet 20 Discman.
Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 Discman defekt sind?
- c) Zur Aussonderung fehlerhafter Discman wird ein Prüfgerät eingesetzt, von dem man Folgendes weiss:
Unter allen geprüften Discman beträgt der Anteil der Discman, die einwandfrei sind und dennoch ausgesondert werden, 3%.
Insgesamt werden 12% aller Discman ausgesondert.
Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein fehlerhafter Discman auch tatsächlich ausgesondert wird?
- d) Der Konzern beauftragt ein Expertenteam mit Massnahmen zur Qualitätsverbesserung. Falls der Anteil der fehlerhaften Discman deutlich gesenkt werden kann, erhält das Team eine Prämie. Nach Abschluss der Verbesserungsmaßnahmen wird der Produktion eine Stichprobe von 250 Stück entnommen. Befinden sich darunter höchstens 17 fehlerhafte Discman, wird die Prämie gewährt.
 - d1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält das Team die Prämie, obwohl keine Qualitätsverbesserung eingetreten ist?
 - d2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält das Team keine Prämie, obwohl der Anteil der fehlerhaften Discman auf 5% gesunken ist?

**6. Aufgabe**

Drei unabhängige Kurzaufgaben:

- a) Die Grafen von $f(x) = e^x$ und $g(x) = \ln(x)$ schneiden vom Quadrat $A(0/0)$, $B(e/0)$, $C(e/e)$ und $D(0/e)$ zwei Ecken ab.
Machen Sie eine Skizze und berechnen Sie den Inhalt der Restfläche.
- b) Gegeben sind die Punkte $A(8/0)$ und $B(20/9)$ sowie der Kreis $k: (x - 3)^2 + (y - 15)^2 = 25$.
Machen Sie eine Skizze und berechnen Sie den maximalen Flächeninhalt für ein Dreieck ABC mit der Ecke C auf dem Kreis k.
- c) Gegeben sind die Funktionen mit den Gleichungen $f(x) = \cos(x)$ und $g(x) = \sin(2x)$.
Machen Sie eine Skizze, berechnen Sie die Koordinaten aller Schnittpunkte der Grafen von f und g im Intervall $[0, 2\pi]$ exakt, und berechnen Sie in einem dieser Schnittpunkte den Schnittwinkel.

